MDP (PROD. MIXER T)

- $\int_D f(x,y)\,dx\,dy$ $\Downarrow$ $\int_D f(\rho,\theta)\,d\rho\,d\theta\,\rho$ — $x=\rho\cos(\theta)$, $y=\rho\sin(\theta)$ — FATTORE DI SCALA ρ] INTEGRALI IN COORDINATE POLARI

- $P(A_1 \cup \dots A_n) = P(A_1) + \dots P(A_n)$
- $P(\emptyset) = 0$
- $P(E) \leq P(F)$ SE $E \subseteq F$

] PROPRIETÀ

- $P(E|F) = \dfrac{P(EF)}{P(F)}$] CONDIZIONATA

- $P(A_1 A_2 \dots A_n) = P(A_1|A_2 \dots A_n) \cdot \dots P(A_{n-1}|A_n) \cdot P(A_n)$] PRODOTTO

- $P(A) = P(A|F_1) \cdot P(F_1) + \dots P(A|F_n) \cdot P(F_n)$] PARTIZIONE

- $P(F|A) = \dfrac{P(A|F) \cdot P(F)}{P(A|F_1) \cdot P(F_1) + \dots P(A|F_n) \cdot P(F_n)}$] BAYES

- $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$ SE SONO INDIPENDENTI] INDIPENDENZA

VAR. ALEATORIA DISCRETA

- $p_X : \mathbb{R} \rightarrow [0,1]$, $r \rightarrow P(X=r)$] DENSITÀ

  $F_X : \mathbb{R} \rightarrow [0,1]$, $r \rightarrow P(X \leq r)$] DISTRIBUZIONE

- $E[X] = \sum_{x \in Im(X)} x \cdot p_X(x) = \underline{\sum_{x \in Im(X)} x \cdot P(X=x)}$] VALORE ATTESO

- $VAR(X) = E[(X-E(X))^2] = \underline{E[X^2] - E[X]^2}$] VARIANZA

- $E[X_1 + X_2 + \dots X_m] = E[X_1] + \dots E[X_m]$
- $E[aX + b] = aE[X] + b$

PROPRIETÀ $E[X]$

- $VAR(X_1 + \dots X_m) = Var(X_1) + \dots VAR(X_m)$
  SOLO SE INDIPENDENTI
- $VAR(aX+b) = a^2 VAR(X)$

PROPRIETÀ $VAR(X)$

- BERNOULLI

$Im\ X = \{0,1\}$

$p_X(1) = p$

$p_X(0) = 1-p$

$E[X] = p$

$VAR(X) = p(1-p)$

- BINOMIALE: SOMMA DI n BERNOULLI INDIPENDENTI

$Im\ X = \{0, \dots n\}$

$p_X(i) = \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$

$E[X] = np$

$VAR(X) = np(1-p)$

- POISSON: APPROSIMAZIONE BINOMIALE CON N GRANDE CON p PICCOLO

$Im\ X = N$

$p_X(i) = \frac{\lambda^i}{i!} e^{-\lambda}$

CON $\lambda = np$

$E[X] = \lambda$

$VAR(X) = \lambda$

- GEOMETRICA: HO UN SUCCESSO DOPO $i-1$ INSUCESSI

$Im\ X = N_{\geq 1}$

$p_X(i) = (1-p)^{i-1} \cdot p$

$E[X] = \frac{1}{p}$

$VAR(X) = \frac{1-p}{p^2}$

MDP VOL. 2

- $Cov(x,y) = E[xy] - E[x]E[y]$
- $Cov(x,x) = VAR(x)$
- $VAR(x+y) = VAR(x) + VAR(y) + 2Cov(x,y)$
- SE x, y SONO INDIPENDENTI $Cov(x,y) = 0$

COVARIANZA

- $f_x : \mathbb{R} \to \mathbb{R}_{\geq 0}$ $\quad P(x \in B) = \int_B f_x(x)\,dx$
  $\forall B \subseteq \mathbb{R}$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f_x(x)\,dx = 1$

DENSITÀ CONTINUA

- $F_x : \mathbb{R} \to [0,1]$
  $r \to P(x \leq r) = \int_{-\infty}^{r} f_x(x)\,dx$

DISTRIBUZIONE CONTINUA

- $P(x = r) = 0$ QUINDI $P(x \leq r) = P(x < r)$

PROPRIETÀ

- SE F_x È CONTINUA E DERIVABILE CON DERIVATA CONTINUA A TRATTI

$$f_x(x) = F_x'(x)$$

COME RICAVARE LA DENSITÀ

- $E[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_x(x)\,dx$
- $E[g(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \cdot f_x(x)\,dx$

E[x]

- $VAR(x) = E[[x - E(x)]^2]$
- $VAR(x) = E[x^2] - E[x]^2$

VAR[x]

VARIABILE ALEATORIA UNIFORMAMENTE DISTRIBUITA SU $[a,b]$

$U([a,b])$

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{SE } x \in [a,b] \\ 0 & \text{SE } x \notin [a,b] \end{cases}$$

$$F_X(r) = \begin{cases} 0 & \text{SE } r < a \\ 1 & \text{SE } r > b \\ \frac{r-a}{b-a} & \text{SE } a < r < b \end{cases}$$

$$E[X] = \frac{b+a}{2} \qquad VAR(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

- ## VARIABILE ESPONENZIALE DI PARAMETRO λ

$Exp(\lambda)$

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{SE } x \geq 0 \\ 0 & \text{SE } x < 0 \end{cases}$$

$$F_X(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & \text{SE } x \geq 0 \\ 0 & \text{SE } x < 0 \end{cases}$$

$$E[X] = \frac{1}{\lambda} \qquad VAR(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

- ## VARIABILE ALEATORIA NORMALE STANDARD

Z

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$$

$$F_X(x) = \Phi(x)$$

$$\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$$

$$E[X] = 0 \qquad VAR(X) = 1$$

- ## VARIABILE NORMALE DI PARAMETRI μ E σ^2

$N(\mu, \sigma^2)$

$$N(\mu, \sigma^2) = \mu + \sigma Z$$

- ## TEOREMA LIMITE CENTRALE

SE HO $X_1 \dots X_n$ VARIABILI INDIPENDENTI E TUTTE CON $E[X] = \mu$ $VAR(X) = \sigma^2$

$$P(X_1 + \dots X_n \leq b) \approx P(N(\overbrace{n\mu}^{\text{SOMMA DEI } E[X]}, \overbrace{n\sigma^2}^{\text{SOMMA } VAR(X)}) \leq b)$$